Hallo,

kurze Anmerkung: Diese Scripte stammen von 1999. Ich kann leider dazu

keine Fragen mehr beantworten! :-(

Euch trotzdem viel Erfolg!

Dorthe

dorthe@luebbert.net

Zeitreihenstatistik

(© Dorthe Lübbert, Dorthe.Lübbert@ruhr-uni-bochum.de)

1 Der Begriff der statistischen Zeitreihe.......... 1
1.1 Der Begriff der Zeitreihe.......... 1
1.2 Traditionelles Verständnis von Zeitreihen.......... 1
1.3 Modernes Verständnis der Zeitreihenmethodik.......... 2
1.4 Traditionelle vs. moderne Zeitreihenstatistik.......... 2
1.5 Begriffe.......... 2
1.6 Klassisches Komponentenmodell der Zeitreihenanalyse.......... 3
1.7 Ermittlung der Zeitreihenkomponenten.......... 3
2 Deskription.......... 4
2.1 Graphische Darstellung.......... 4
2.2 Arithemtisches Mittel und Streuuung der Zeitreihenwerte.......... 4
2.3 Autokorrelation und Autokovarianz der Zeitreihenwerte.......... 4
3 Beschreibung von Wachstumsprozessen.......... 6
3.1.1 Umbasierung.......... 6
3.1.2 Wachstumsraten.......... 6
3.1.3 Berechnung der jährlichen Zuwachsrate und der mittleren jährlichen Wachstumsrate.......... 6
4 Trendberechnungen.......... 7
4.1 Trendfunktion.......... 7
4.2 Vor und Nachteile traditioneller Trendanalysen von Zeitreihen.......... 7
4.3 Methoden der Trendbestimmung.......... 8
4.3.1 Freihandmethode.......... 8
4.3.2 Methode der halben Durchschnitte.......... 8
4.3.3 Methode der gleitenden Durchschnitte.......... 8
4.3.4 Methode der kleinsten Quadrate.......... 10
4.3.5 Methode der variaten Differenzen.......... 10
4.4 Trendkorridore.......... 10
5 Saisonbereinigung (Saisonbestimmung).......... 10
5.1 Berechnung der Saisonnormalen (Saisonmuster, Saisonprofil).......... 11
6 Prognosemethoden.......... 11
6.1 Definition und Klassifizierung.......... 11
6.2 Prognoseverfahren.......... 11
6.2.1 Trendextrapolation.......... 11
6.2.2 Die autoregressive Methode.......... 12
6.2.3 Die Bedeutung von leading-Indikatoren bei Prognosen.......... 12

1 Der Begriff der statistischen Zeitreihe

1.1 Der Begriff der Zeitreihe

1.2 Traditionelles Verständnis von Zeitreihen

Eine Zeitreihe stellt die zeitlich geordnete Abfolge der Beobachtungen von statistischen Massen dar, die Unterschiede im zeitlichen kollektivabgrenzenden Merkmal aufweisen. Statistische Massen sind zum Beispiel alle Kraftfahrzeuge eines Landes. Die Zählwerte zu einem bestimmten Termin im Jahr stellen die Zeitreihe dar. Wichtig für die Interpretation einer Zeitreihe ist, daß sich innerhalb der Zeitreihe die Beobachtungen auf statistische Massen beziehen müssen, die sich lediglich im zeitlichen Merkmal unterscheiden, da ansonsten die Vergleichbarkeit der Zeitreihenwerte untereinander erschwert oder - im Extremfall - gar nicht möglich ist.

Zudem beschränkt man sich auf äquidistante Zeitreihen, also Reihen mit gleicher zeitlicher Entfernung zwischen den Zeitindizes. Es gibt verschiedene Erklärungsansätze für Zeitreihen:

1. analytischer Weg (=äußere Methode)
2. empirischer Weg (=innere Methode)
3. stochastischer Prozeß
4. Filteransatz (enthält 1. -3. als Unterfälle)

1.3 Modernes Verständnis der Zeitreihenmethodik

Empirische wirtschafts- und sozialstatistische Zeitreihen werden als endliche Realisation eines übergeordneten, den spezifischen Sachverhalt umfassenden, **stochastischen Prozeß** angesehen. Ein stochastischer Prozeß läßt sich auf zwei Arten definieren.

a. Der stochastische Prozeß stellt eine **Grundgesamtheit für die empirische Zeitreihe** dar. Eine empirische Grundgesamtheit ist also eine Stichprobenrealisation aus einer unter Umständen recht umfangreichen Masse.

So handelt es sich beispielsweise bei einer Zeitreihe von 10 Volkseinkommen um eine Stichprobe aus einer unvorstellbar großen Masse an Volkseinkommen (Volkseinkommen, die in einem Land unter den Bedingungen, unter denen sie tatsächlich zustandegekommen sind, vorkommen können).

b. Der stochastische Prozeß stellt eine **Folge von Zufallsvariablen** dar, wobei jedem Zeitindex eine Zufallsvariable *X(a)* zugeordnet ist. Der stochastische Prozeß stellt also formal eine Funktion mit zwei Definitionsbereichen dar, dem Ereignisraum und einem Zeitindex X(a,t). Dahinter steckt folgende Überlegung: Zufallsvariablen werden als Größe aufgefaßt, die Chancen ausdrücken, mit denen im Rahmen eines Vorgangs mit Zufallscharakter bestimmte reelle Zahlen auftreten. Der Zufallvorgang kann zu einem anderen Zeitpunkt wiederholt werden, wobei dies nicht unter derselben Bedingung erfolgen muß
→ die Chancen, mit denen bestimmte reelle Zahlen auftreten könnnen, verändern sich
→ zu verschiedenen Zeitindizes sind deshalb verwandte, aber nicht völlig gleiche Zufallsvariablen gültig
→ nach Definition ist eine derartige Familie von Zufallsvariablen ein *stochastischer Prozeß*

1.4 Traditionelle vs. moderne Zeitreihenstatistik

In Abhängigkeit davon, daß Ereignisse realisiert sind oder aber nicht realisiert sind, und der Zeitindex entweder fest oder variabel ist, lassen sich die Konzepte „stochastischer Prozeß", "Zeitreihe", "Zufallsvariable", und „Wert der Zufallsvariablen“ darstellen:

1. Zeitindex fest und Ereignis realisiert: Zeitreihenwert (eine reelle Zahl)
   → Beispiel: Volkseinkommen 1990
2. Zeitindex fest und Ereignis nicht realisiert: Zufallsvariable (eine reelle Zufallsvariable)
   Beispiel; Wahrscheinlichkeit, mit der das Volkseinkommen 1990 Werte realisiert, die innerhalb bestimmter Grenzen liegen
3. Zeitindex variabel und Ereignis fest: Zeitreihe (Abfolge von Zeitreihenwerten)
   Beispiel: acht Zufallsvariablen, die jeweils zum Ausdruck bringen, mit welchen Wahrscheinlichkeiten in den acht Jahren das Volkseinkommen Werte innerhalb bestimmter Grenzen realisiert

Die unter 4. verstellbaren stochastischen Prozesse sind im wesentlichen durch die - unter 3.- genannten Besonderheiten der Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen gekennzeichnet.
Fazit: Eine konkret vorliegende Reihe stellt zunächst lediglich eine Folge von reellen Zahlen dar, die die zeitliche Entwicklung eines ökonomischen Sachverhaltes beschreibt. Dem Zeitreihenanalytiker steht somit frei, eine vorliegende Reihe beispielsweise als eine endliche Realisation eines stochastischen Prozesses eines bestimmten Typs zu interpretieren; welche Interpretation gewählt wird, richtet sich rein nach der Zweckmäßigkeit.

1.5 Begriffe

Äquidistanz:
Der zeitliche Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten ist konstant (Gütekriterium für Zeitreihen) (Wagenführ S. 182)

Interpolation:
Durch Interpolation ermittelt man die Zahl, die in der Spannweite liegt, aber nicht durch einen empirischen X-Wert realisiert ist. (→ Klassenintervalle, Summenkurven)

„bereinigte Zeitreihen:
von Trends bereinigt (Wagenführ S. 187 ff)

1.6 Klassisches Komponentenmodell der Zeitreihenanalyse

Die Trendfunktion setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen:

$y_t = [G_t(\hat{=} T_t + Z_t) + S_t + I_t]$

G_t: Glatte Komponente

Die „Glatte Komponente“ gibt den fiktiven Verlauf der Zeitreihe bei Fehlen saisonaler und irregulärer Schwankungen an. Oft wird die „Glatte Komponente“ in eine Trendkomponente und eine zyklische Komponente differenziert.

T_t: Trendkomponente

In ihr drückt sich eine meist sehr langfristig wirksame Entwicklungstendenz oder „Grundrichtung“ aus. Der Verlauf der Trendkomponente T_t ist bedingt durch die langfristigen Ursachen entweder monoton wachsend oder monoton fallend (mit der Zeit *t*).

Z_t: Die zyklische (Konjunkturzyklus-)Komponente

Diese, wie auch die folgenden Komponenten überlagern den Trend. Die zyklische Komponente umfaßt mehrjährige Schwankungen von meist unregelmäßiger Amplitude oder Länge. In der Mehrzahl der Fälle beträgt die Periodenlänge drei bis zwölf Jahre. Die zyklische Komponente nimmt einen wellenförmigen Verlauf aufgrund sich stetig, aber langsam ändernder Einflüsse an. Im Falle wirtschaftlicher Zeitreihen etwa entsteht eine zyklische Komponente oft durch den Konjunkturzyklus. Um als Trendfaktoren zu gelten, müssen die Faktoren immer eine längere zeitliche Reichweite haben (größer als 12 Monate).

S_t : Saisonkomponente

In ihr drücken sich die prinzipiell wiederkehrenden, vom Lauf der Gestirne (Jahreszeiten/Tag/Nacht-Rhythmus) oder von institutionellen Festlegungen (Feriendaten, Zahlungstermine) ausgehenden Regelmäßigkeiten innerhalb eines Jahres oder Tages aus. In entsprechender Anzahl gibt es sogenannte Saisonkoeffizienten, die den jeweiligen Saisoneinfluß zahlenmäßig ausdrücken.
Der Verlauf der Saisonkomponente ist ebenfalls wellenförmig durch den genannten periodischen Zeit-Einfluß auf die Beobachtungswerte. Oftmals wird von Zeitreihen mit *konstanter Saisonkomponente* ausgegangen, d.h. daß sich der Verlauf der saisonalen Komponente, falls sie überhaupt vorhanden ist, nach einer festen Anzahl *p* von Zeitpunkten wiederholt, so daß gilt $S_t = s_{t+p}$ für *t=1…n-p*.

I_t: irreguläre oder zufällige Komponente (statistischer Rest)

In I_t drücken sich die unvorhersehbaren, nicht regelmäßig wiederkehrenden und in den übrigen Komponenten nicht enthaltenen Einflüsse aus. Z.B. Streik, besonders schneereicher Frühling, Kalenderunregelmäßigkeiten, soweit sie nicht gesonders berücksichtigt werden, bilden den statistischen Rest.
Ausgegangen wird i.A. davon, daß I_t zufällig um Null schwankt.

1.7 Ermittlung der Zeitreihenkomponenten

Die Spezifizierung der Trendkomponente T_t des Zeitreihenwertes x_t *für t=1…n* wird als Trendbestimmung einer Zeitreihe bezeichnet.
Zum einen ist die Trendisolierung von Interesse (Welchen Verlauf hätte die Zeitreihe genommen, falls im Zeitablauf lediglich die Faktorengruppe wirksam gewesen wäre?) um den längerfristigen Grundzug, des in der Zeitreihe vorliegenden Bewegungsmusters aus der Retrospektive zu bestimmen, zum anderen geht es um die Trendausschaltung bzw. Trendbereinigung (welchen Verlauf hätte die Zeitreihe genommen, falls die Trendfaktoren nicht wirksam gewesen wären?). Der Vorteil der Trendbereinigugn ist, daß nach ihrer Durchführung die kürzerfristige saisonale Bewegungskomponente, unter der Voraussetzung, daß sie vorhanden ist, deutlicher als in der Ursprungsreihe hervortritt. Sie kann daher dann besser analysiert und prognostiziert werden.

1. Die Ermittlung der Trendkomponenten T_t erfolgt in der Regel mittels einer linearen oder nicht linearen Regression mit der Zeit *t* als unabhängiger und *Y* als abhängiger Variablen. Die Regressionsfunktion ist natürlich nur dann aussagekräftig, wenn die Zeitreihe genügend lang ist, d.h. nach Möglichkeit mehrere Konjunkturzyklen umfaßt.
2. Die Ermittlung der zyklischen Komponente erfolgt in der Weise, daß zuerst die Glatte Komponente Gt=Tt+Zt, also die Überlagerung von Trend und zyklischer Komponente geschätzt wird. Dies geschieht mit Hilfe der gleitenden Durchschnitte. Die zyklische Komponente ergibt sich dann durch Subtraktion des Trends von der glatten Komponente. Für das Erkennen konjunktureller Wendepunkte oder die Durchführung einer Saisonbereinigung ist eine Aufspaltung der glatten Komponente allerdings nicht erforderlich.

3. Ermittlung der Saisonkomponenten (vgl. dazu S. 11)

2 Deskription

Die Beschreibung einer Zeitreihe intendiert die übersichtliche Darstellung der nur schwer überschaubaren Daten. Bei einer Datenreduktion sollte der hiermit verbundene Informationsverlust durch eine erhöhte Übersichtlichkeit ausgeglichen werden.

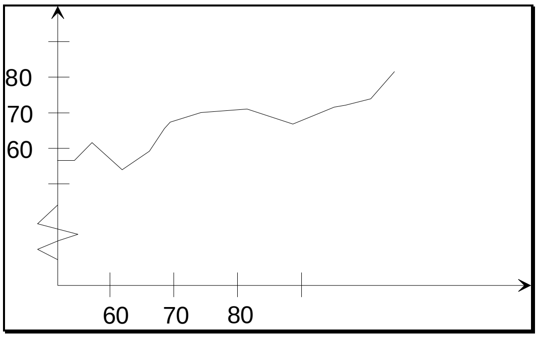
2.1 Graphische Darstellung

Einen ersten instruktiven Überblick über die Eigenheiten einer Zeitreihe kann man aufgrund einer graphischen Darstellung in Form eines Zeitreihenpolygons erhalten mit der Abzisse als Zeitachse und der Ordinate als Zeitreihenwertskala.Das Polygon entsteht durch die lineare Verbindung der einzelnen definierten Punkte.

Bemerkung:

Man kann bei der graphischen Darstellung meistens Jahreszahlen als Angaben für Zeitpunkte auffassen, weil die amtliche Statistik z.B. die Bevölkerungszahl immer zu einem Stichtag erhebt.

Wenn man unskalidert, also nicht die X-Achse oder Y-Achse bei 0 anfangen läßt, deutet man die „Stauchung“ durch eine Zickzacklinie an:



2.2 Arithemtisches Mittel und Streuuung der Zeitreihenwerte

Die Berechnung des arithmetischen Mittels ist nur dann sinnvoll, wenn die Zeitreihe keine sich in der Zeit entwickelnde längerfristige Tendenz besitzt, die Zeitreihe also stationär ist.

2.3 Autokorrelation und Autokovarianz der Zeitreihenwerte

Empirische Zeitriehen zeigen im allgemeinen mehr oder weniger regelmäßige, sich teilweise wiederholende Bewegungsmuster. Deren Deskription ist in Grenzen dadurch möglich, daß die Messung der Korrelation zwischen den Werten einer Zeitreihe, die Messung der Autokorrelation, durchgeführt wird. Jedoch liefert eine solche Deskription unbefriedigende Ergebnisse.

Die Autokorrelation einer Zeitreihe besitzt aber eine recht große Bedeutung im Zusammenhang der Konzeption moderner Zeitreihenmethodik. Ein wichtiges Hilfsmittel zur Beurteilung der Eigenschaft einer Zeitreihe $y_1..y_n$ sind die *empirischen Autokovarianzen* bzw. *Autokorrelationen*. Darunter versteht man Maße für den Zusammenhang zwischen Beobachtungsdaten, die einen bestimmten zeitlichen Abstand zueinander haben. So ist die empirische Kovarinaz bzw. Autokorrelation zum sogenannten *lag* (Zeitverschiebung) 1 ein Maß für den Zusammenhang von y_t und y_{t+1} für $t=1..n-1$, die um *lag* 2 ein Maß´für den Zusammenhang zwischen y und y_{t+2} für $t=1..n-2$ usw. Die lineare Zusammenhangsmessung zwischen den Werten einer Zeitreihe erfolgt analog zur Konstruktion der Kovarianz bzw. des Autokorrelationskoeffizienten im Zweivariablenfall:

Aus den n Werten einer Zeitreihe lassen sich *n-1* Paare von unmittelbar aufeinanderfolgenden Werten bilden $(x_1,x_2)(x_2,x_3)..(x_{n-1},x_a)$. Deren Autokovarinaz hat den Betrag $\mathrm{cov} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n-1}\left[x_t - \bar{x}_{(1)}\right]\left[x_{t+1} - \bar{x}_{(2)}\right]$

$\bar{x}_{(1)}$ das arithmetische Mittel aus den Werten x_1 bis x_{n-1} dargestellt und $\bar{x}_{(2)}$ das aus den Werten x_2 bis x_n.

Das bedeutet also, daß die Autokovarianz den linearen Zusammenhang für *n-1* Werte zweier Zeitreihen mißt, die deckungsgleich und auf der Zeitachse um eine Zeiteinheit gegeneinander verschoben sind.

Bei nicht zu kurzen Reihen und insbesondere stationären Reihen unterscheiden sich $x_{(1)}$ und $x_{(2)}$ nicht wesentlich, d.h. daß in diesem Fall das arithmetische Mittel der ganzen Reihe verwendet werden kann. Das gleiche gilt dann auch für die entsprechende Varianzen, so daß die Autokorrelation unmittelbar aufeinanderfolgender Werte in diesem Fall den Betrag $r = \frac{\mathrm{cov}}{\mathrm{var}(x)}$ hat.

Entsprechend können die Autokovarianz und die Autokorrelation für weiter auseinanderliegende Werte (also für um mehr als eine Zeiteinheit gegeinander verschobene Reihen) bestimmt werden. Der Zeitabstand τ der betrachtete Werte wird als *lag* bezeichnet. Daraus folgt, daß die Autokovarianz eine vom Lagparameter τ abhängige Funktion darstellt

$$\mathrm{cov}(\tau) = \frac{1}{n.-\tau}\sum_{t=1}^{n-\tau}(X_t - \bar{X})(X_{t+\tau} - \bar{x})$$ Für τ=0 gilt, daß cov(0)=var(x)

$\tau = 0,1,2..n-1$

$$\mathrm{var}(x) = \frac{1}{n}\sum\left(x_1 - \bar{x}\right)^2$$

Die empirische Autokorrelation ist somit $r(\tau) = \frac{\mathrm{cov}(\tau)}{\mathrm{var}(x)} = \frac{\mathrm{cov}(\tau)}{\mathrm{cov}(0)}$, für τ=0 gilt, daß r(0)=1,

τ=0,1,2...1

r(τ) besitzt die Eigenschaften des Korrelationskoeffizeinten von Bravais/Pearson, auch das Verfahren ist analog. Die einzelnen Werte für r(τ) werden auch als Autokorrelation τ-ter Ordnung bezeichnet.
Da bei relativ großem τ die Zahl der in die Berechnung eingehenden Wertepaare relativ klein ist und deshalb zu Werten von r(τ) führen kann, die von einzelnen Wertepaaren stark geprägt sind, sollte τ nicht größer als ein Viertel der Anzahl der Zahlenwerte sein.

$$r_{BP} = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left[(n)\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right]\left[n\sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2\right]}}$$

Eine Autokorrelation 1. Ordnung berechnet sich nach folgender Formel:

$$r_{(\tau)} = \frac{(n-1)\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_{i-1}}{\sqrt{\left[(n-1)\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right]\left[(n-1)\sum x_{i-1}^2 - \left(\sum x_{i-1}\right)^2\right]}}$$

Allgemein wird die 1 durch τ ersetzt. Relativ große Werte des Autokorrelationskoeffizienten ($-1 \le \tau \le 1$) weisen auf einen relativ engen Zusammenhang bei der entsprechenden zeitlichen Verschiebung hin - je näher sich der Wert der Null nähert, desto geringer ist der jeweilige zeitliche Zusammenhang.

Der Autokorrelationskoeffizient kann als Hinweis darauf angesehen werden, ob eine Zeitreihe noch einer regulären Komponente unterliegt oder nicht.

Ist eine reguläre Komponente vorhanden, so sind die Werte von r(τ) relativ hoch. Es gilt: Wenn die Periodizität genau getroffen wird, ist der Wert nahe 1 und bei der halben Periodizität nahe -1. Sind alle Werte nahe 0, kann man die weitere Suche nach regulären Komponenten beenden, da man davon ausgehen kann, daß die Werte rein zufällig sind. Wie ein realisierter Wert zu bewerten ist, kann mit

Hilfe eines Hypothesentests ermittelt werden. Zum Autokorrelationskoeffizienten müssen einschränkend zwei Bemerkungen gemacht werden:

1. Der Autokorrelationskoeffizeint macht nur bei relativ langen Zeitreihen Sinn, da der maximale *lag* mit einem Drittel bis zur Hälfte der Zeitreihe angegeben wird. Hat man eine Zeitreihe mit 16 Monatswerten, kann man eigentlich einen 12-Monats-Zyklus gar nicht mehr ermitteln.
2. Die Werte von Zeitreihen sind in der Regel inhaltlich immer eng verbunden. So entsteht z.B. die Bevölkerungszahl immer aus ihrem Vorjahreswert. *r=1* läßt also meist hohe Werte erwarten, nicht wegen einer zugrundliegenden Periodizität, sondern einzig wegen des inhaltlichen Zusammenhangs. Eine Periodizität wird daher erst ab $r \geq 4$ interessant.

Der Graph von $r(\tau)$ wird als (Auto-)Korrelogramm bezeichnet. Auf der Abzisse werden die *lag*s abgetragen und auf der Ordinate die Werte der Autokorrelationskoeffizienten.

3 Beschreibung von Wachstumsprozessen

3.1.1 Umbasierung

Unter Umbasierung versteht man die Bildung eines neuen Basisjahres B_0.

→ Umbasierung einer Indexreihe auf Basis Y_1= 100 → $\frac{100}{Y_1} \cdot Y_2$

Beispiel:

Jahr	Bev (Millionen)	Basisjahr: 1960=100
1950	50	90,3
1955	52,4	94,6
1960	55,4	100,0
1965	58,6	105,8
1970	60,7	109,6
1975	61,8	111,6
1980	61,6	111,2
1985	61	110,1

1960 wurde in der zweiten Datenspalte als Basisjahr genommen. Der Wert für 1955 ergibt sich nach der Formel $y_2 = \frac{100}{y_1} y_2 = \frac{100}{55{,}4} 52.4 = 94.6$

3.1.2 Wachstumsraten

Zeitreihen mit unterschiedlichem Ausgangsniveau (vergleiche Bsp.) können besser verglichen werden, wenn man die Wachstumsraten bildet.

Auch für umfangreiche, unübersichtliche Datensätze bietet sich diese Methode an:

Vorgehensweise

Aus zwei aufeinanderfolgenden Werten X(l-1) und x(l) berechnet man die Wachstumsrate nach der folgenden Formel: $Rate(l) = \frac{[X(l) - X(l-1)]}{X(l-1)}$ l: Laufindex der jeweiligen Periode

Der Wert, der sich ergibt, wird mit 100 multipliziert, um die Wachstumsangaben in Prozent zu erhalten.

Beispiel

Jahr	Filiale A	Rate A	Filiale B	Rate B
1980	1,3	-	11,2	-
1981	1,5	15,4	11,9	6,3
1982	1,4	-6,7	12,4	4,2
1983	1,6	14,3	13,7	10,5
1984	1,9	18,8	15,0	9,5
1985	2,2	15,8	16,3	8,7
1986	2,3	4,5	16,8	3,1

Der Wert für Rate A =15,4 ergibt sich also durch:

$$= \left[\frac{1{,}5 - 1{,}3}{1{,}3}\right] * 100$$

3.1.3 Berechnung der jährlichen Zuwachsrate und der mittleren jährlichen Wachstumsrate

$\frac{y_i - y_{i-1}}{y_i} \cdot 100$ also $\frac{y_2 - y_1}{y_1} \bullet 100$ / $\frac{y_3 - y_2}{y_1} \bullet 100$

Kennt man die Bestände am Ende des Jahres *t* und am Ende des Jahres *t+n*, nicht jedoch die für die *n-1* dazwischenliegenden Jahresenden, so erhält man über die Formel des geometrischen Mittels die mittlere jährliche Wachstumsrate (Herleitung erfolgt über das geometrische Mittel):

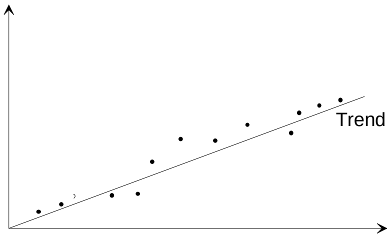
$\bar{r} = \sqrt[n]{\frac{Y_{t+n}}{Y_t}} - 1$, wobei *n* die Anzahl der unbekannten Jahre ist.

Diese Formel läßt sich auch folgendermaßen schreiben:

Bei *n-1* Änderungen (oder unbekannten Jahren) bei n Y-Werten: $\sqrt[n-1]{\frac{y_a}{y_1}} \cdot 100$ oder $\left[(\frac{y_a}{y_1})^{\frac{1}{n-1}} - 1\right] \cdot 100$

Beispiel: 9 Änderungen bei 10 Y-Werten: $\left[\left(\frac{\text{letzer Wert}}{\text{erster Wert}}\right)^{\frac{1}{9}} - 1\right]\cdot 100$

4 Trendberechnungen



Die langfristige Entwicklungstendenz einer Zeitreihe heißt **Trend**.
Man benutzt die Trendfunktion Zeit zur Vorhersage/Prognose.
Prognosen können auch für die Vergangenheit (ex-post-Prognosen) durchgeführt werden.
Die Trendberechnung hat zwei zentrale Aufgaben/Funktionen:

a) Datenreduktion
b) Prognose

Der Trend wird oft dargestellt durch eine Trendlinie, bzw. Trendfunktion, um die Prognose treffen zu können.
Die Treffsicherheit (Qualität) einer linearen Prognose hängt ab von

1. der Nähe des Prognosezeitraumes zum Beobachtungszeitraum
2. der Anzahl der Beobachtungen, die in die Trendberechnung einfließt (kann auch negativ ausfallen!)
3. der Angemessenheit des Funktionstypes
4. der Streuung der Ursprungswerte um die Trendfunktion

4.1 Trendfunktion

Zur Trendbestimmung eignen sich im allgemeinen glatte mathematische Funktionen, die nicht periodisch sind oder eine Periodenlänge von mehr als 12 Monaten besitzen.
Die einfachste funktionale Beziehung zwischen der Trendfaktorengruppe (zusammengefaßt zum Quasi-Faktor Zeit t) und der Trendkomponente T_t ist die Gerade

$Tt=\beta_0+\beta_{1t}$, t=1…n

wobei $ß_0$ und $ß_1$ Koeffizienten (Parameter) darstellen, die durch ein geeignetes Verfahren zu bestimmen sind.
Es gibt (mindestens) vier verschiedene Methoden, eine Trendlinie zu ermitteln:

1. Freihandmethode
2. Methode der halben Durchschnitte
3. Methode der gleitenden Durchschnitte
4. Methode der kleinsten Quadrate

Die Gerade ist ein Polynom k=1. Grades. Werden Polynome höheren Grades als Trendfunktion verwendet, so lassen sich verschiedenartige Trendverläufe berücksichtigen, solche mit Wendepunkten, lokalen Minima und Maxima.

4.2 Vor und Nachteile traditioneller Trendanalysen von Zeitreihen

Die Spezifizierung der Trendkomponente T_t des Zeitreihenwertes X_1 für t=1…n wird als Trendbestimmung einer Zeitreihe bezeichnet.
Sie hat im Rahmen der traditionellen Zeitreihenanalyse zwei Ziele:

1. Zum einen ist die Trendisolierung von Interesse (welchen Verlauf hätte die Zeitreihe genommen, falls im Zeitablauf lediglich die Faktorengruppe wirksam gewesen wäre?)
   a) Ziel ist die Bestimmung eines Resultats aus dem der vergangene, dem retrospektiven Interesse dienende, längerfristige Grundzug des in einer Zeitreihe vorliegenden Bewegungsmusters, hervortritt
   b) Die Trendisolierung sollten dem prospektiven Interesse dadurch dienlich sein, daß insbesondere eine sich vollziehende Trendwende der Trendkomponentenentwicklung erkennbar und für die Einschätzung der zukünftigen Tendenz verwendbar wird.
2. Zum anderen geht es um die Trendausschaltung bzw. Trendbereinigung (welchen Verlauf hätte die Zeitreihe genommen, falls die Trendfaktoren nicht wirksam gewesen wären?)
   * Der Vorteil der Trendbereinigung ist, daß nach ihrer Durchführung die kürzerfristige saisonale Bewegungskomponente, vorausgesetzt, sie ist vorhanden, deutlicher als in der Ursprungsreihe hervortritt. Sie kann daher besser analysiert und prognostiziert werden.

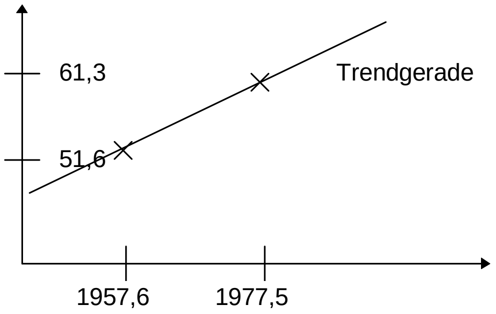
4.3 Methoden der Trendbestimmung

4.3.1 Freihandmethode

Die Freihandmethode ist trivial. Man zieht nach Augenmaß eine „Trendline“ durch die Punktwolke.

4.3.2 Methode der halben Durchschnitte

Die einfachste Form des Trends ist eine Gerade. Die einfachste Form der Trendberechnung für eine Gerade ist das Modell der halben Durchschnitte. Dabei wird die Zeitreihe in zwei gleiche Hälften unterteilt. Aus den jeweiligen Werten der beiden Hälften wird das arithmetische Mittel bestimmt und der Mitte der jeweiligen Hälfte zugeordnet, so daß man nun zwei Punkte im Koordinatensystem besitzt, durch die die Trendgerade eindeutig definiert ist und somit Trendwerte bestimmt werden können. Diese Methode kann nur angewendet werden, wenn ein linearer oder fast linearer Trend vorliegt.



4.3.2.1 Vorgehensweise

1. Zeitreihe in zwei gleich große Hälften teilen
2. Arithmetisches Mittel der Hälften berechnen (Ist *n* ungerade, wird ein Wert in beide arithmetische Mittel einfließen)
3. Die beiden arithmetischen Mittel werden ins Koordinationnetz eingetragen und mit einer Geraden verbunden)

4.3.2.2 Beispiel

i	t	Bevölkerung	$\bar{x}$
1	1950	50	
2	1955	52,4	für 1-4: 51,6
3	1960	55,4	
4	1965	48,6	
5	1970	60,7	
6	1975	61,8	für 5-8: 61,3
7	1980	61,7	
8	1985	61,9	

4.3.3 Methode der gleitenden Durchschnitte

Die Methode der gleitenden Durchschnitte ist ein Verfahren zur *Glättung* von Zeitreihen. Sie setzt voraus, daß innerhalb der Zeitreihe (kurzfristige) Schwankungen zyklisch auftreten (z.B. die Produktion von Schoko-Osterhasen) und daß die Werte äquidistant sind.
Ein Gleitender Durchschnitt (GD) ist eine Folge von arithmetischen Mitteln, die aus beobachteten Werten von Y gebildet werden. Ein gleitender Durchschnitt wird aus einer gleichbleibenden Anzahl zeitlich benachbarter Beobachtungswerte berechnet und dem in der Mitte des jeweiligen Zeitintervalls liegenden Zeitpunkt *t* zugeordnet. Das Zeitintervall kann dabei sowohl aus einer geraden, als auch aus einer ungeraden Zahl von Werten bestehen. Wichtig ist, daß das Zeitintervall mit dem zugrunde liegenden Zyklus übereinstimmt. Der Vorteil gegenüber der Regressionsmethode liegt darin, daß man keinerlei Vorwissen über den Funktionstyp des Trends besitzen muß. Die größte Schwierigkeit der Methode liegt in der richtigen Auswahl des Zyklusses. In schwierigen Fällen sollten mehrere Alternativen auf ihre Güte getestet werden. Bei Zeitreihen ohne saisonale Schwankungen stellt sich die Frage, wie groß man die Ordnung der Gleitenden Durchschnitte wählen soll. Da durch Gleitende Durchschnitte starke Krümmungen der „glatten Komponente“ abgeschliffen werden, und zwar um so stärker, je höher die Ordnung, sollte die Ordnung bei zu stark gekrümmten Verlauf der der glatten Komponenten nicht allzu groß sein. Andererseits ist darauf zu achten, daß bei kleiner Ordnung der I_{t*} weit von Null abweichen kann, besonders bei starken irregulärnen Schwankungen.
Der Glättungseffekt der Methode der gleitenden Durchschnitte kann verstärkt werden, indem man mehrere Glättungsverfahren übereinanderschachtelt (Nachteil: Die Linie wird immer kürzer).

4.3.3.1 Vorgehensweise

1. Zyklen festlegen, z.B. bei Konjunktur 7-Jahreszyklen
2. Arithmetisches Mittel aus dem ersten Zyklus bilden
3. Um eins nach unten verschoben das nächste arithmetische Mittel bilden (siehe Beispiel) usw.

Man berechnet also die Durchschnitte, die man direkt den einzelnen Zeitwerten zuordnen kann, da die Zykluslänge im angegebenen Beispiel ungerade ist.
Wenn die Zykluslänge gerade ist, muß man das arithmetische Mittel aus zwei „benachbarte“ Summen bilden!!
Die Durchschnitte bewegen sich „gleitend“ über die Zeitreihe hinweg Stellt man diese gleitenden Durchschnitte graphisch dar, erhält man die gewünschte Glättungslinie, die auch als Trendlinie bezeichnet werden kann.
Anmerkung: Der Zyklus heißt auch „Fenster“ oder „Stützbereich“

4.3.3.2 Beispiel

Zeit	kg	Schnitt
Mo	95,1	
Di	94,9	
Mi	94,6	
Do	94,7	95,1
Fr	95,2	95,2
Sa	95,6	95,3
So	95,7	95,4
Mo	95,6	95,5
Di	95,5	95,7
Mi	95,3	95,8
Do	95,9	95,9
Fr	96,2	96,0
Sa	96,4	
So	96,3	
Mo	96,1	
Di	95,9	

Der Zyklus beträgt in diesem Beispiel 7 = eine Woche.

4.3.3.3 Bemerkungen zur Methode der gleitenden Durchschnitte

1. Zentrales Problem der Anwendung gleitender Durchschnitte für die Trendberechnung ist die Bestimmung der Periodenlänge des Schwankungseinflusses (Stützbereich), den es zur Bestimmung des Entwicklungsverlaufs auszuschalten gilt.
2. Die Werte der gleitenden Durchschnitte werden dem mittleren Beobachtungswert der jeweiligen Durchschnittsgruppe zugerechnet. Mit dieser Methode können am Anfang und am Ende der gegebenen Zeitreihe keine Trendwerte bestimmt werden. Deshalb eignet sich die Methode auch nicht dazu, Trendprognosen durchzuführen.
3. Die Trendfunktion ist durch extreme Werte beeinflusst.
4. Bei steigendem Trend hat die Linie einen systematischen Fehler nach oben, bei sinkendem Trend einen systematischen Fehler nach unten, unter Umständen kommt es zur Verzerrung der Trendlinie.
5. Je größer die Zyklen, desto „geglätteter“ ist die resultierende Reihe.
6. Besitzt eine Zeitreihe nur geringe zyklische Schwankungen und starke Zufallsschwankungen, so wird man eine größere Zahl von Werten in die Durchschnittsbildung hineinnehmen, bei einer ausgeprägten zyklischen Komponente wählt man kleine Zyklen.
7. Ein weiteres Problem ist die Behandlung extremer Werte, d.h. solcher Ausprägungen der untersuchten Variablen, die weit aus dem Streubereich der übrigen Werte herausfallen. Die Ausschaltung von Extremwerten unterliegt der subjektiven Einschätzung des Forschers.

Vorteile

Die Verwendung der gleitenden Durchschnitte bei der Trendberechnung hat gegenüber anderen Strategien den Vorteil, nicht zu a-priori Annahmen über die Form des Trendverlaufs zu zwingen, sie sind daher weitaus flexibler als solche Methoden der Trendberechnung, die eine derartige Entscheidung voraussetzen.

Nachteile

Gleitende Durchschnitte verschieben den Zeitpunkt von Umschwüngen der Zeitreihe und nivellieren gleichzeitig das Ausmaß solcher Veränderungen.
Es können bei mehreren einzelnen Spitzenwerten in der Reihe der gleitenden Durchschnitte Zyklen auftreten, die in der ursprünglichen Zeitreihe nicht vorhanden waren - Erscheinungen, die beide zu erheblichen Fehlinterpretationen der Entwicklung führen können.
Das Fehlen der ersten und letzten Glieder bei der Berechnung der gleitendenden Durchschnitte verringert die Basis für die Interpretation der empirischen Reihe.

4.3.4 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate wird in der Praxis am häufigsten genutzt, um eine Trendlinie zu ermitteln. Durch die Methode der kleinsten Quadrate lassen sich sinnvolle Schätzfunktionen explizit erzeugen. Sie stellt *keine* Anforderungen an die Ursprungsreihendaten. Allerdings müssen Anhaltspunkte dafür vorliegen, daß sich der Trend durch eine *mathematische Funktion* ausdrücken läßt.
Wendet man die Methode der kleinsten Quadrate auf Zeitreihen an, so bezeichnet die unabhängige Variable X die Zeit und die Daten der Werte von Y zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Die sich so ergebende Regressionsgerade oder -kurve von Y wird zum Zweck der Schätzung, Vorhersage oder auch der Prognose verwendet.
Die Methode der kleinsten Quadrate ist unter anderem auch ein Mittel zur Festlegung der Regressionskoeffizienten in der Stichprobe. Hierzu wird die Regressionsgerade derart in eine Punktwolke gelegt, daß die Summe der quadrierten vertikalen Abstände zwischen den beobachteten Werten und der Regressionsgrade ein Minimum ergeben. Durch die Quadrierung erreicht man, daß auch größere inhaltlich bedeutsame Abweichungen stärker berücksichtigt werden als kleinere Abweichungen, die eventuell „nur“ auf zufällig Meßungenauigkeiten zurückzuführen sind.

$$Z = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad \Rightarrow \qquad Z = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - b_i)^2 = \min$$

$\hat{y}_i$:Trendwerte

y_i: Minimumswerte

Z: Zielfunktion

$$b = \frac{n \cdot \sum t_i y_i - \sum t_i \sum y_i}{n \cdot \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}$$

$$\text{Re}\mathit{chenformel}: \ a = \bar{y} - b \cdot \bar{t}$$

4.3.5 Methode der variaten Differenzen

Hierbei handelt es sich um ein Hilfsmittel zur Bestimmung des Polynomgrades. Die Technik der variaten Differenzen beruht auf dem mathematischen Satz, nach dem gilt: Ist die Trendfunktion ein Polynom vom Grade k>0, führt die Bildung zeitlich benachbarter Trendkomponenten zu einer Trendfunktion $\Delta T_t - T_{t-1}$ für t=2...n, die wiederum ein Polynom darstellt, wobei jedoch der Polynomgrad auf k-1 reduziert ist.
Eine nochmalige Anwendung der Differenzenbildung reduziert laufend den Polynomgrad, bis ein konstanter Wert erreicht ist. Generell gilt, daß sich die Trendfunktion mit wachsendem Polynomgrad *k* der Ursprungsreihe immer genauer anpaßt.

4.4 Trendkorridore

Will man nicht Punkte schätzen, sondern ganze Bereiche, muß man einen Trendkorridor berechnen: Ein Trendkorridor beschreibt den Raum, in dessen Grenzen mit einem festzulegenden Vertrauensniveau ein y_i-Wert erwartet werden kann. $y_{i1}(y_{io})$ gibt den jeweiligen oberen Wert des Konfidenzindervalls „Trendkorridor“ an, y_{i2} (y_{iu}) gibt den jeweils unteren Wert an. Befindet sich ein beobachteter Wert außerhalb des Trendkorridors, war er mit dem angegebenen Vertrauen nicht zu erwarten und weicht somit signifikant von der Null-Hypothese ab.

5 Saisonbereinigung (Saisonbestimmung)

Zeitreihen aus „unterjährigen“ Daten enthalten meist zyklischen Schwankungen in Form von Saisonkomponenten (z.B. hohe Werte im Winter, niedrige im Sommer).
Durch die Bestimmung der Saisonkomponente(n) läßt sich die Frage beantworten, wie die Zeitreihe verlaufen würde, wenn ihr Verlauf nicht durch saisonale Faktoren mitbeeinflußt worden wäre.

Die Saisonnormale zeichnet also periodendurchschnittliche Abweichungen auf.
Die Isolierung der Saisonkomponenten geschieht häufig durch das *Verfahren der gleitenden Durchschnitte*.

5.1 Berechnung der Saisonnormalen (Saisonmuster, Saisonprofil)

Die Saisonnormale kann nur berechnet werden , wenn der Zeitreihe ein saisonaler Zyklus zugrunde liegt. Berechnet wird die Saisonnormale mit Hilfe der Methode der gleitenden Durchschnitte. Beispielsweise wird der gleitende 12-Monats-Durchschnitt y_t^* *als um die glatte Komponente bereinigte Zeitreihe* aufgefaßt werden. Die berechneten Werte für den gleitenden Durchschnitt werden von den beobachteten Werten also substrahiert. Die Werte werden in einer Datenmatrix nach Jahr und Quartal (Monate, Wochen oder andere Saisons) abgetragen. Die eingetragenen Werte werden spartenweise addiert und danach durch die Zeit der jeweiligen Spaltenwerte dividiert. Die Summe dieser Durchschnitte muß Null ergeben. Ergibt die Summe nicht Null, müssen die Werte bereinigt werden. Dies geschieht, indem die Abweichung durch die Zahl der zugrunde liegenden Werte dividiert wird, danach wird das Ergebnis von jedem Wert abgezogen oder addiert, je nachdem, ob die Abweichung positiv oder negativ ist. Die bereinigte Werte stellen dann die Werte der Saisonnormalen dar. Die Saisonnormale stellt die durchschnittliche Bewegung aller Perioden um die Glättungslinie dar. Mit Hilfe der Saisonnormalen können Prognosen verbessert werden. Zuerst ermittelt man einen Prognosewert mit Hilfe des linearen Trends, danach wird der zugehörige Wert der Saisonnormalen addiert.

6 Prognosemethoden

6.1 Definition und Klassifizierung

Eine Prognose liegt vor, wenn eine Aussage über Zukunftswerte für wirtschaftliche oder sozialwissenschaftliche Variablen gemacht wird. Man unterscheidet zwischen **Punkt**- (Prognose für einen bestimmten historischen Zeitpunkt) und **Intervallprognose** (Prognose mit Wahrscheinlichkeitsbereich) sowie **konditionale Prognose** (Wenn-Dann Aussage) und **unbedingter Prognose** (Prophezeiung, Aussagen sind nicht nachvollziehbar).
Ex-post-Prognosen sind Prognosen für die Vergangenheit, hier unterscheidet man zwischen **Prognosen 1. Art** (es werden keine Informationen über die Zukunft in der Vergangenheit verwendet) und **2. Art** (es werden Informationen bis zur Gegenwart genutzt, um Parameter zu schätzen).

Bei den **Verfahrensmethoden** lassen sich **autoprojektive Prognoseverfahren** (Ableitung der zukünftigen Entwicklung aus Bewegungsmuster der Vergangenheit: Fortschreibung der beobachteten Änderung, des Durchschnitts der letzten Änderungsbeträge der letzten oder des Durchschnitts der letzten Wachstumsrate, autoregressiver Ansatz, exponentielle Glättung sowie Trendextrapolation), **stochastische Kausalverfahren** (Abteilung der Entwicklung eines Phänomens aus der Realisation eines anderen: leading-Indikatoren) sowie **außerstatistische Verfahren**.

6.2 Prognoseverfahren

Man kann drei große Bereiche von Prognoseverfahren unterscheiden: Intuitive Prognoseverfahren, klassische analytische Prognoseverfahren und ökonometrische Verfahren. Zu den intuitiven Prognoseverfahren gehören Methoden wie z.B. Tendenzbefragungen, Expertenprognosen (Delphi-Methode) und die Methode von Referenzzyklen.

Bei den **ökonometrischen Verfahren** unterschiedet man zwischen ex-post und ex-ante Prognosen. Für die Statistik sind die klassisch analytischen Verfahren wichtig. Dazu gehören naive Ansätze der Zeitreihenfortschreibung, Trendextrapolationsverfahren, d.h. Prognose durch Fortschreibung des Trends (solche Prognosen können ggf. mit Hilfe einer Saisonnormalen verbessert werden, falls die Voraussetzungen dafür bestehen und autoregressive Ansätze).

6.2.1 Trendextrapolation

Ein relativ einfaches Prognoseverfahren ist die Trendextrapolation. Im folgenden soll die Prognose mit Hilfe des linearen Trends näher betrachtet werden. Zunächst wird die Trendgleichung bestimmt. In diese Gleichung wird dann der Zeitwert für die bestimmte Prognose eingesetzt. Der so ermittelte Wert für Y ist dann der Prognosewert.

Liegt der Zeitreihe neben dem Trend auch eine saisonale Bewegung zugrunde, kann man mit Hilfe der Saisonnormalen (Die Saisonnormalen gibt die durchschnittliche Bewegung aller Perioden um die Glättungslinie an) die Prognose verbessern. Der Vorteil der Prognose mit Hilfe eines Trends liegt darin, daß auch über längere Zeiträume hinweg noch Prognosen möglich sind. Der Nachteil liegt darin, daß Trends sich auch von einem Jahr aufs andere ändern können und gerade bei linearen Fortschreibungen werden die Prognosen, je weiter sie sich von dem letzten beobachteten Wert entfernen, immer unsicherer.

6.2.2 Die autoregressive Methode

Man kann die Zeitreihenfortschreibung mit Hilfe des linearen Trends als naiven Ansatz eines linearen autoregressiven Prozesses ansehen: $y_t = a + by_{t-2}$. Die Naivität des Ansatzes besteht in der impliziten Berechnungsvorschrift für die Parameter *a* und *b*, bei der Informationen aus der verfügbaren Zeitreihe y_t nur in sehr unvollständiger und grober Weise ausgewertet wurden. Um den wahren Verlauf einer Zeitreihe gerechter zu werden (Zeitreihen folgen in aller Regel nicht exakt einer linearen Funktion), wird dem systematischen Teil noch ein Zufallseinfluß u_t beigegeben. Für den linearen Teil

$$I\ y_t = a + by_{t-1} + u_t$$

$$oder\ al\lg emein$$

$$II\ y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{1-2} ....+ b_{a+1} y_{t-a} + u_t$$

Das sieht zwar ein mutiples Regressionsmodell aus, aber Y_t hängt nicht von unabhängigen Variablen ab, sondern von zeitlich zurückliegenden Größen von Y_t, daher läßt sich auch die Bezeichnung autoregressiv erklären. Dieser Prozeß wird oftmals nach A.A.Markov als Markov-Prozeß bezeichnet. Bei der Berechnung wird davon ausgegangen, daß die Störvariable u_i nicht rein zufällig ist, sondern von den entsprechenden Vorperiodenwert u_{t-1} und einer rein zufälligen Größe v_t abhängt.

III $u_t = r \cdot u_{t-1} + v_t$

r ist hierbei ein unbekannter Parameter, der die Korrelation zwischen u_t und u_{t-1} (Autokorrelation) angibt. Mittels der Gleichungen II und III und der Methode der kleinsten Quadrate können Schätzparameter bestimmt werden. Bei diesen Prognoseverfahren wird also der Einfluß der Störvariablen mitberücksichtigt.

6.2.3 Die Bedeutung von leading-Indikatoren bei Prognosen

Unter dem Aspekt des zeitlichen Verlaufs der Indikatoren gegenüber der konjunkturellen Referenzgröße, z.B. der Industrieproduktion, unterscheidet man drei Indikatoren:

führende (leading) Indikatoren
gleichlautende Indikatoren
nachlaufende Indikatoren

Führende Indikatoren liegen dann vor, wenn das jeweilige Maximum oder Minimum der Referenzreihe eintritt, z.B. Auftragseingänge für dauerhafte Güter, Lagerveränderungen u.a. Diese Indikatoren werden oft auch als Frühindikatoren bezeichnet. Sie spielen beispielsweise eine Rolle bei der Konjunkturprognose, weil mit ihrer Hilfe unerwünschte wirtschaftliche Entwicklungen vor ihrem wirklichen Eintritt erkennbar werden können, denen man eventuell prophylaktisch entgegenwirken kann.

Das Konzept der leading-Indikatoren gehört zu den statistischen Kausalverfahren, bei denen Informationen genutzt werden, die von anderen Phänomenen stammen, welche in einem statistischem Zusammenhang zu den prognostizierten Werten stehen. Es wird also ein vorauseilender Indikator genutzt.
Folgende Voraussetzungen werden gemacht:
1. ? (unlesbar)
2. Zur Bewertung muß die Beziehung zwischen A und B inhaltlich begründbar sein
3. Das Vorauseilen muß eine empirische Regelmäßigkeit aufweisen. bzw. stabil sein
4. Die Daten des leading Indikators müssen aktuell verfügbar sein

Die ausschließliche Verwendung des leading Indikators für eine Prognose ist nicht angebracht, sie dienen vor allem der Unterstützung von Prognosen
Beispiel:

leading Indikator: Auftragseingang in der Industrie